

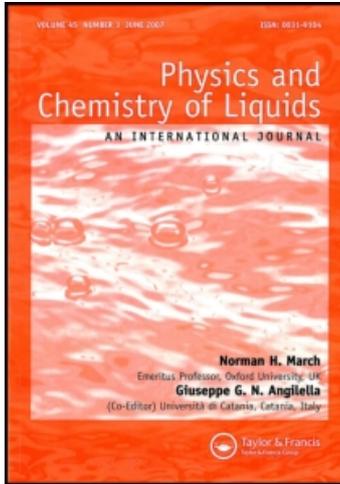
This article was downloaded by:

On: 28 January 2011

Access details: *Access Details: Free Access*

Publisher *Taylor & Francis*

Informa Ltd Registered in England and Wales Registered Number: 1072954 Registered office: Mortimer House, 37-41 Mortimer Street, London W1T 3JH, UK



## Physics and Chemistry of Liquids

Publication details, including instructions for authors and subscription information:

<http://www.informaworld.com/smpp/title~content=t713646857>

### Mécanismes de Base de la Déformation Cellulaire d'une Couche Mince Isolante Liquide Soumise à un Flux de Charges

A. T. Ahmed El-Hadad<sup>a</sup>; J. Fornazéro<sup>a</sup>; G. Mesnard<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Universita Claude Bernard de Lyon Laboratori de Physique Eletronique,

**To cite this Article** El-Hadad, A. T. Ahmed , Fornazéro, J. and Mesnard, G.(1980) 'Mécanismes de Base de la Déformation Cellulaire d'une Couche Mince Isolante Liquide Soumise à un Flux de Charges', *Physics and Chemistry of Liquids*, 9: 2, 153 – 167

**To link to this Article:** DOI: 10.1080/00319108008084773

**URL:** <http://dx.doi.org/10.1080/00319108008084773>

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

Full terms and conditions of use: <http://www.informaworld.com/terms-and-conditions-of-access.pdf>

This article may be used for research, teaching and private study purposes. Any substantial or systematic reproduction, re-distribution, re-selling, loan or sub-licensing, systematic supply or distribution in any form to anyone is expressly forbidden.

The publisher does not give any warranty express or implied or make any representation that the contents will be complete or accurate or up to date. The accuracy of any instructions, formulae and drug doses should be independently verified with primary sources. The publisher shall not be liable for any loss, actions, claims, proceedings, demand or costs or damages whatsoever or howsoever caused arising directly or indirectly in connection with or arising out of the use of this material.

# Mécanismes de Base de la Déformation Cellulaire d'une Couche Mince Isolante Liquide Soumise à un Flux de Charges

A. T. AHMED EL-HADAD, J. FORNAZÉRO et G. MESNARD

*Université Claude Bernard de Lyon  
Laboratoire de Physique Electronique*

*(Received March 16, 1979)*

On étudie le profil de la surface libre du liquide dans le cadre de deux théories : la théorie statique, dans laquelle on admet que le liquide déformé est en équilibre sous l'action des diverses forces, et la théorie convective, dans laquelle on considère qu'il y a un mouvement continu du liquide. On précise divers comportements en prenant en compte les deux théories.

The profile of the free surface of the liquid is studied in the framework of two theories: the static theory, in which one admits that the distorted liquid is in equilibrium under the action of various forces, and the convective one, in which one considers that there is a continuous flow of the liquid. Various behaviours are explained by taking into account both theories.

## 1 INTRODUCTION

### 1.1 Généralités

Il est bien connu que, lorsqu'une couche mince liquide isolante, déposée sur un substrat solide conducteur plan horizontal relié à la masse, est soumise à un flux de charges produit par une source  $S$  portée à un potentiel  $E$  donné (Figure 1), sa surface libre peut prendre la structure dite cellulaire: elle est formée de calottes sphériques plus ou moins jointives. Parmi les travaux de base sur ce sujet, notons en particulier ceux de Avsec et Luntz.<sup>1</sup>

Les Figures 2 et 3 donnent deux exemples de la déformation. Il s'agit de photographies obtenues au Laboratoire avec un liquide organique visqueux. Le flux était dû à une décharge couronne produite dans l'atmosphère; la source est une pointe de tungstène.

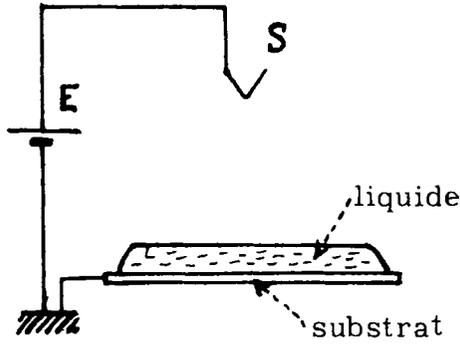


FIGURE 1 Schéma du dispositif expérimental.

Dans la Figure 2 les cellules, relativement compactes, ont un contour polygonal. Dans la Figure 3 de nombreuses petites cellules sont observées dans la zone de dépression qui entoure chaque cellule. Cette dernière photographie montre le caractère complexe des phénomènes.

C'est pourquoi il convient de faire une synthèse des divers mécanismes susceptibles d'intervenir, afin d'aboutir à une explication cohérente des divers comportements observés, qui n'a jamais été fournie globalement, en particulier pour les liquides visqueux. Il faut partir des propriétés électriques de la couche, celle-ci étant traversée par un courant continu de densité  $J$ .

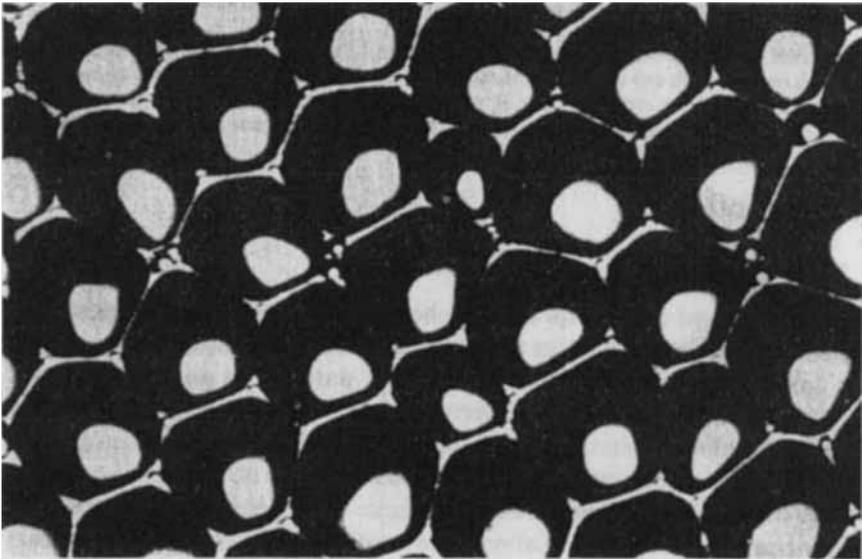


FIGURE 2 Photographie d'une structure cellulaire compacte avec cellules polygonales (grandissement: 50).

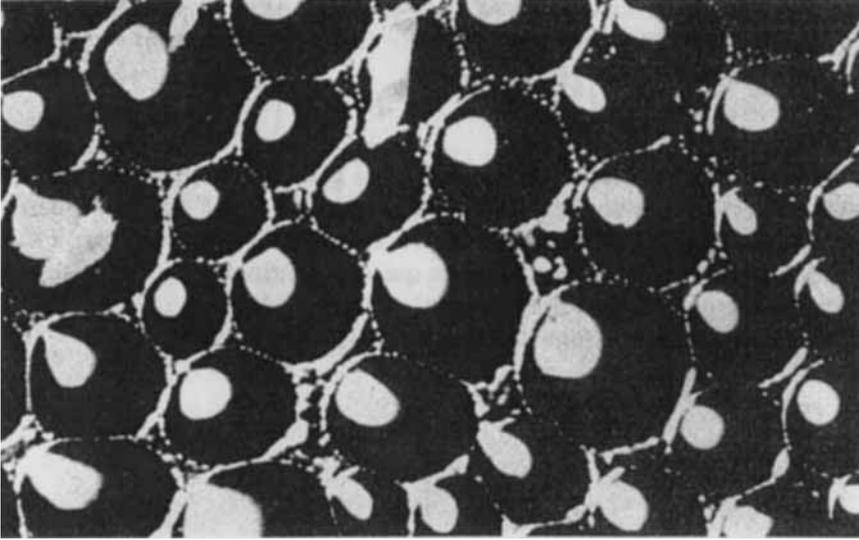


FIGURE 3 Photographie d'une structure cellulaire de faible compacité (grandissement : 50).

Nous nous intéresserons essentiellement à des régimes permanents. Puisque les mécanismes sont complexes, nous nous attacherons aux principes plutôt qu'aux développements mathématiques. Parmi les mises au point antérieures, citons celles de Pearson en 1948<sup>2</sup> et de Koschmieder en 1972.<sup>3</sup> Mais il faut tenir compte des travaux plus récents.

## 1.2 Conditions et forces électriques dans la couche

Nous considérons uniquement le cas de couches isolantes (liquides essentiellement organiques), les seules pour lesquelles le phénomène étudié se produit. Nous admettons qu'il n'y a pratiquement pas de charges libres existant spontanément dans le liquide et que la mobilité  $\mu$  des charges injectées éventuelles est de toutes façons faible.

Dans ces conditions, nous ferons intervenir un courant transporté entièrement par des charges injectées et limité par la charge d'espace. Bornons-nous au cas simple et idéalisé d'une injection unipolaire parfaite. Introduisons, outre la densité de courant  $J$ , le potentiel de surface  $V$ , l'épaisseur  $h$  et la constante diélectrique  $\epsilon$ .

On trouve:<sup>4</sup>

$$V = \left( \frac{8Jh^3}{9\mu\epsilon} \right)^{1/2} \quad \text{ou} \quad J = \frac{9\mu\epsilon}{8h^3} V^2.$$

En fonction de la distance  $z$  au substrat, la densité de charge est  $\rho = [J\varepsilon/2\mu(h-z)]^{1/2}$  et le champ  $E = [2J(h-z)/\mu\varepsilon]^{1/2}$ . On a aussi

$$\rho = \frac{3\varepsilon V}{4h^2} \left(\frac{h-z}{h}\right)^{-1/2} \quad \text{et} \quad E = \frac{3V}{2h} \left(\frac{h-z}{h}\right)^{1/2}.$$

Nous sommes conduits à nous intéresser à la force  $F$  exercée par unité de volume par le champ sur les charges. On a  $F = \rho E = J/\mu$ .  $F$  est indépendante de  $z$ . Cette force est transmise au milieu. Nous négligeons les autres forces d'origine électrique. Nous admettons que  $F$  est partout verticale, donc que l'inclinaison de la surface libre est partout assez faible.

Considérons alors la force totale  $F_t$  sur la hauteur  $h$ ; on a

$$F_t = \frac{Jh}{\mu}$$

$$F_t = \frac{9\varepsilon V^2}{8h^2}.$$

en introduisant le potentiel de la surface. Il est intéressant de rapprocher cette formule de celle qui donne la pression électrostatique, en considérant la couche comme formant condensateur, avec des charges uniquement en surface; cette pression vaut  $\varepsilon V^2/2h^2$ . Le résultat est le même que le précédent, à un coefficient voisin de 2 près. Il peut être commode de raisonner en termes de pression électrostatique, même s'il s'agit d'une image imparfaite (raisonnement "capacitif"). C'est ce qui a été fait dans des publications antérieures.<sup>5</sup> D'ailleurs la densité de charge est particulièrement élevée près de la surface libre.

## 2 POSSIBILITE D'UNE DESCRIPTION STATIQUE DE LA DEFORMATION CELLULAIRE

### 2.1 Equations générales

Nous reprenons ici certaines des idées développées par Sabra, Fornazéro et Mesnard.<sup>5</sup> On considère que le liquide déformé est en équilibre partout sous l'action des forces qui lui sont appliquées, seules les charges transportant le courant  $J$  étant en mouvement.

Raisonnons sur le problème unidimensionnel (Figure 4); la variable d'espace est  $x$ , la couche a une largeur unité et la surface est caractérisée par la hauteur  $z(x)$ . A priori  $V$  et  $J$  peuvent dépendre aussi de  $x$ . L'élément  $dx$  est soumis à la force électrique totale  $F_t(x)dx$ . Nous négligeons les forces de pesanteur, mais nous introduisons les forces de tension superficielle: celles-ci conduisent à une pression sous la surface égale à  $A/R$ , où  $R$  est le rayon de

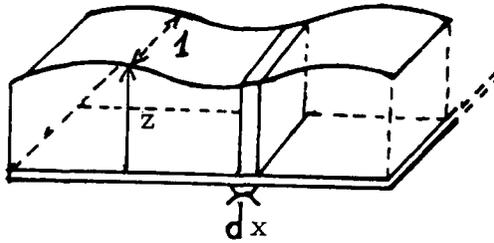


FIGURE 4 Schéma de la déformation dans le modèle unidimensionnel.

courbure ( $> 0$  ou  $< 0$ ) et  $A$  la constante capillaire, en prenant comme zéro la pression au-dessus du liquide. Dans ces conditions, la pression totale sur le fond est  $P = (A/R) + F_t$ , ceci supposant toujours que l'inclinaison de la surface libre reste partout assez faible, seul cas que nous envisageons.

L'équilibre exige que la valeur de  $P$  soit la même quel que soit  $x$ . On a donc

$$\frac{1}{R(x)} = \frac{1}{A} \left[ P - J \frac{z}{\mu} \right]$$

avec  $R > 0$  quand la concavité est vers le bas. On verra que cette formule est compatible avec une structure cellulaire où  $R$  et  $h$ , ainsi que  $J$ , sont périodiques en  $x$ . Avec  $1/R = -d^2z/dx^2$ , on a aussi

$$\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{J}{A\mu} z = -\frac{P}{A};$$

on va chercher à résoudre cette équation.

## 2.2 Quelques solutions

La résolution est immédiate si  $J$  est indépendant de  $x$ . On obtient

$$z = \frac{P\mu}{J} + Ae^{\alpha x} + Be^{-\alpha x}$$

avec

$$\alpha = \sqrt{\frac{J}{A\mu}}.$$

Cette solution n'est pas périodique; dans ce cas il n'y a pas de déformation cellulaire possible. Mais les conditions d'apport des charges interviennent.  $J$  peut dépendre de  $z$ . Introduisons la loi  $Jz^m = a$ , avec  $a$  constant. On a

$$\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{a}{A\mu} z^{1-m} = -\frac{P}{A}.$$

Le cas précédent correspondait à  $m = 0$ .

Pour  $m = 1$ ,  $d^2z/dx^2$  est constant, donc  $z = Ax + B$  et aucune déformation cellulaire n'est possible. Pour  $m \geq 2$ , l'équation doit être résolue numériquement. Pour déterminer s'il y a des solutions périodiques, bornons-nous au cas où l'amplitude des variations de  $z$  serait très faible. Posons alors  $z = h + \zeta$  où  $h$  est l'épaisseur au repos et écrivons

$$z^{1-m} = h^{1-m} \left( 1 + \frac{\zeta}{h} \right)^{1-m} = h^{1-m} + (1-m)h^{-m}\zeta.$$

On a

$$\frac{d^2\zeta}{dx^2} + \frac{a(m-1)}{A\mu} h^{-m}\zeta = \frac{a}{A\mu} h^{1-m} - \frac{P}{A}.$$

L'équation a une solution variant sinusoidalement avec  $x$ :

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta_1 \cos kx$$

avec

$$k^2 = \frac{a(m-1)}{A\mu} h^{-m}.$$

Le cas  $m = 3$  est particulièrement intéressant. Il correspond à  $V$  indépendant de  $x$ . C'est un cas que l'on rencontre couramment; en effet, si le milieu introduisant les charges peut être considéré comme conducteur, le potentiel est effectivement uniforme.

On voit que de toutes façons le résultat dépend des conditions d'introduction des charges. Il dépend aussi beaucoup des propriétés précises du liquide au point de vue injection et de la présence éventuelle de charges propres.

Pour  $m = 3$ , on a donc  $k^2 = 2ah^{-3}/A\mu$ . Mais on peut prendre  $a = h^3J_0$  où  $J_0$  est un courant moyen, d'où  $k^2 = 2J_0/A\mu$  et la période de la déformation est

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{A\mu}{2J_0}} \tag{1}$$

Il est intéressant d'introduire aussi le potentiel de surface  $V$ . Avec

$$V^2 = \frac{8a}{9\mu\epsilon} = \frac{8h^3J_0}{9\mu\epsilon} \tag{2}$$

la période s'écrit

$$\lambda = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{A}{\epsilon} \frac{h^{3/2}}{V}} \tag{3}$$

### 3 COMPLEMENTS SUR LA THEORIE STATIQUE

Nous allons développer l'étude du cas  $m = 3$ .

#### 3.1 Déformation de faible amplitude

Examinons d'abord l'influence de  $h$ . Dans les conditions usuelles d'apport des charges, c'est  $J_0$  plutôt que  $V$  qui se trouve déterminé par les conditions expérimentales;  $\lambda$  apparaît alors comme indépendant de  $h$ . Mais il s'agit là d'une hypothèse limite, de sorte qu'en fait  $\lambda$  augmente avec  $h$ . Un cas typique est celui où les conditions d'apport des charges sont telles que  $\sqrt{J_0} = \alpha(E_0 - V)$ , où  $E_0$  dépend de la tension appliquée à la source et croît avec celle-ci et où  $\alpha$  est une constante du système. En tenant compte de l'équation (2), on voit que

$$\alpha(E_0 - V) = \frac{3V}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{h^3}},$$

soit

$$V = \frac{E_0}{1 + \beta h^{-3/2}},$$

d'où, en portant dans (3),

$$\lambda = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{A}{\varepsilon}} \frac{\beta + h^{3/2}}{E_0},$$

de sorte que  $\lambda$  augmente avec  $h$ .

C'est l'influence de  $J_0$  qui est la plus intéressante:  $\lambda$  varie en  $J_0^{-1/2}$ . Par ailleurs, d'un corps à un autre, pour  $J_0$  donné,  $\lambda$  varie largement, compte tenu des variations possibles de  $\mu$  et aussi de  $A$ . On peut aussi raisonner sur la viscosité  $\eta$  (dans la suite  $\eta$  désignera la viscosité dynamique) en admettant la loi de Walden  $\mu\eta = \text{constante}$ ; pour  $J_0$  fixé,  $\lambda$  varie en  $1/\sqrt{\eta}$ . Pour préciser l'ordre de grandeur de  $\lambda$ , prenons  $A = 40$  dynes/cm,  $\mu = 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1}$ ,  $J = 10^{-6} \text{ A/cm}^2$ . On obtient:  $\lambda = 0.28 \text{ mm}$ .

Si l'on introduit la pesanteur, il n'y a que peu de chose à modifier dans la théorie. Il faut simplement introduire une force verticale  $\rho g z d\kappa$  supplémentaire sur la tranche  $(x, x + dx)$ ,  $\rho$  étant la masse volumique, d'où l'équation générale

$$\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{Jz}{A\mu} - \frac{\rho g z}{A} = -\frac{P}{A}.$$

D'après cette équation, il apparait, comme on pouvait s'y attendre, que la pesanteur s'oppose à la déformation périodique. Pour  $m = 3$  et une faible amplitude de déformation, il vient

$$\frac{d^2\zeta}{dx^2} + \frac{1}{A} \left( \frac{2a}{\mu h^3} - \rho \right) \zeta = c^{te}$$

Il y a donc un "seuil" de courant pour la déformation périodique, puisqu'on doit avoir

$$a > \frac{\mu h^3 \rho}{2} \quad \text{ou} \quad J_0 > \frac{\mu \rho}{2}$$

et la période dépendra de  $\rho$ . Pour de fortes valeurs de  $h$ , il ne peut y avoir de déformation périodique.

Pour préciser la déformation il faut en outre tenir compte des conditions aux limites. Par exemple le liquide est dans un récipient de longueur  $L$ ; il y a une condition pour le raccordement avec chaque paroi.

Mais, dans la pratique, le flux n'est pas parfaitement uniforme dans toute la région où se trouve le liquide et ceci sera déterminant. Considérons par exemple le cas où il intervient sur une longueur  $L$  et est nul ailleurs. Les forces électriques ne sont plus verticales vers le bord, elles se rapprochent de l'horizontale. Il y a un effet de répulsion des charges vers les côtés, avec entraînement simultané du liquide. Dans ces conditions l'épaisseur de la zone  $L$  tend à diminuer et la déformation obtenue est conditionnée par ce phénomène.

D'autre part pour les liquides assez visqueux, les essais sont souvent faits en étalant du liquide dans une certaine zone sans mettre de parois. Alors le liquide s'étale plus ou moins en présence du flux. On peut dire que l'on a des conditions aux limites "floues," qui ne contrôlent plus du tout la déformation.

### 3.2 Déformations de forte amplitude

La résolution de l'équation générale ne peut être que numérique. Des solutions ont été calculées pour  $m = 3$ .<sup>6</sup> Elles donnent effectivement une structure cellulaire, du type donné par la Figure 5 pour une dimension. L'ordonnée  $z_i$  des points d'inflexion est un paramètre important. Dans la mesure où  $z_i$  est très inférieur à  $h$ , on peut approximer le profil de la surface, donné en toute rigueur par l'équation

$$\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{a}{A\mu} (z^{1-m} - z_i^{1-m}) = 0,$$

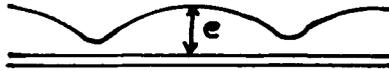


FIGURE 5 Profil de la déformation de forte amplitude.

en réduisant l'équation à

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{a}{A\mu} z_i^{1-m} = 0, \quad \text{pour } z > z_i,$$

ce qui conduit à un profil circulaire, avec, pour  $m = 3$ , le rayon de courbure  $R = A\mu z_i^2/a$ .

A la limite où  $z_i$  est très petit, si  $\lambda$  est la période et  $e$  la flèche des portions de cercles, en assimilant la courbe à une succession d'arceaux circulaires, on trouve, pour  $R \gg h$ ,

$$\lambda = 2\sqrt{2Re},$$

où  $e$  est l'épaisseur maximale (cf. Figure 5).

Mais il est intéressant d'examiner le problème plus complètement du point de vue mathématique. Le raisonnement "capacitif" conduit à minimiser<sup>5</sup>

$$\int \left[ A \left( 1 + \frac{z'^2}{2} \right) - \frac{\varepsilon V^2}{2z} \right] dx,$$

avec la contrainte  $\int z dx = C^{te}$ , ce qui amène à considérer, pour l'optimisation, la quantité  $A[1 + (z'^2/2)] - (\varepsilon V^2/2z) - \alpha z = I$ , où  $\alpha$  est un multiplicateur de Lagrange.

Le calcul des variations conduit alors à écrire  $I - z'(\partial I/\partial z') = T$ , ou

$$A \left( 1 - \frac{z'^2}{2} \right) - \frac{\varepsilon V^2}{2z} - \alpha z = T,$$

la constante  $T$  étant une tension superficielle généralisée. On peut donc dire que les forces électriques tendent à diminuer la tension superficielle, ce qui favorise l'obtention d'un profil "plissé."

Il convient enfin de noter que, lorsqu'une déformation de forte amplitude s'établit, la densité de courant dans les creux augmente considérablement, le potentiel de surface moyen doit s'abaisser et il tend à varier avec  $x$ .

## 4 STRUCTURE CELLULAIRE DE TYPE CONVECTIF

### 4.1 Mouvements convectifs

Une théorie importante de la structure cellulaire repose sur un effet d'entraînement continu du liquide, quand on fait passer un courant, même dans l'état stationnaire. Le liquide n'est donc jamais au repos.

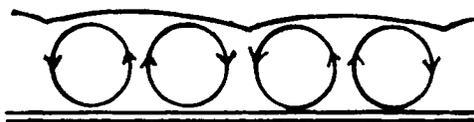


FIGURE 6 Schéma de la structure en rouleaux convectifs.

L'analyse repose alors sur les équations de la dynamique des fluides en présence de la force envisagée plus haut. De nombreuses analyses théoriques ont été faites. Citons par exemple les travaux d'Atten et ses collaborateurs.<sup>7</sup> Si on se borne à l'essentiel, on peut dire que les mouvements du liquide tendent à s'organiser sous la forme de rouleaux convectifs (cf. Figure 6) dans le cas d'une dimension. Ces rouleaux ne se manifestent pas uniquement pour des couches minces liquides avec une surface libre. Mais, dans ce cas particulier, ils conduisent à un comportement périodique du point de vue des mouvements du liquide, avec une période qui est de l'ordre de  $2h$ .

La structure cellulaire résulte alors de la présence des tourbillons de convection: là où le liquide est entraîné vers le bas, il y a des creux, là où il remonte, il y a des bosses (cf. Figure 6). Normalement ces creux et ces bosses ne doivent pas être extrêmement accusés.

Cette théorie rentre dans le cadre général des structures dites "dissipatives" avec des "instabilités convectives" qui ne sont pas nécessairement d'origine électrohydrodynamique. Le cas le plus classique est celui des cellules de Bénard,<sup>8</sup> faisant intervenir la convection thermique. La mise au point correspondante de Busse est instructive même pour notre problème, dans le cas bidimensionnel. Busse montre que diverses structures peuvent apparaître suivant les symétries du dispositif, les rouleaux étant obtenus dans le cas d'une bonne symétrie, tandis que des cellules à limites polygonales (hexagonales), associées à des tourbillons convectifs, sont obtenues s'il y a une dissymétrie, avec deux cas possibles correspondant à un flux de matière au centre dirigé vers le haut (cellules  $l$ ) ou vers le bas (cellules  $g$ ). Il indique que les tourbillons sont privilégiés par rapport aux rouleaux quand on tient compte de la tension superficielle et les cellules  $l$  par rapport aux cellules  $g$  pour une couche limitée par un fond rigide et une surface libre.

#### 4.2 Etablissement de la déformation convective

Il apparaît que cette structure en tourbillons électroconvectifs ne peut s'établir à partir du repos que si un courant suffisant passe. Divers calculs ont été conduits, qui montrent effectivement l'existence d'un seuil de courant. D'une façon générale on peut relier l'existence d'un seuil à la notion de "conflit"; au seuil la dissipation d'énergie compense exactement la production d'énergie due aux forces déstabilisantes.

Les résultats des calculs sont assez divers, car la théorie est complexe et des schématisations différentes ont été faites par les divers auteurs. Nous nous bornons à utiliser le résultat de Schneider et Watson,<sup>9</sup> qui se rapporte exactement à la situation que nous étudions. Le calcul montre que l'instabilité de la surface plane apparaît pour une tension aux bornes de l'échantillon donnée sensiblement par la formule  $V_s = 100(\mu\eta/\varepsilon)$ . On note que  $V_s$  ne dépend pas de l'épaisseur et dépend assez peu de la structure du corps car  $\mu\eta$  varie assez peu dans la mesure où la loi de Walden s'applique. Ce calcul ne tient pas compte de la tension superficielle.

Puisque  $J$  est pour nous la variable de base, il est bon d'exprimer le résultat en fonction de  $J$ . En adoptant la formule idéale, on obtient au seuil

$$J_s = \frac{9 \cdot 10^4 \mu^3 \eta^2}{8h^3 \varepsilon}$$

Le courant du seuil augmente quand  $h$  diminue et augmente avec  $\mu$  pour  $\mu\eta$  donné.

Les creux de convection initiaux tendent à se disposer régulièrement compte tenu de l'établissement des tourbillons de convection qui provoquent une inversion du sens du mouvement du fluide quand on s'écarte d'un creux. Mais ceci implique une faible viscosité pour que les tourbillons s'établissent rapidement. La déformation s'entretient alors d'elle-même une fois amorcée, avec une période liée à la géométrie, comme on l'a vu.

Cependant une augmentation du courant, accentuant les phénomènes, tend à créer de nouveaux creux. Mais ceux-ci tendent à renforcer les mouvements de convection existants et en définitive il se forme dans le problème à deux dimensions des lignes de dépression dont l'ensemble formera un réseau polygonal dont chaque maille est un élément de la structure cellulaire.

Cette théorie doit suffire en gros pour les liquides peu visqueux, en notant cependant que les effets de tension superficielle doivent contrecarrer le phénomène. Le cas des liquides visqueux, que nous allons analyser plus spécialement maintenant, sera très différent.

## 5 SYNTHÈSE DES MÉCANISMES: ÉTABLISSEMENT DE LA DÉFORMATION

### 5.1 L'amorçage

Il faut d'abord noter que l'établissement de la déformation est progressif. De même l'établissement du régime stationnaire de charge d'espace dans la couche nécessite un certain temps, correspondant au transit des charges injectées à travers la couche; on peut dire que le courant dans la couche est

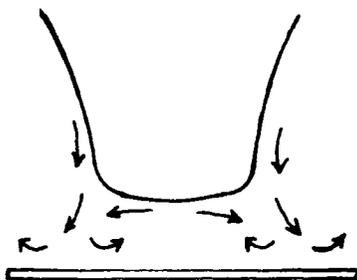


FIGURE 7 Puits avec mouvements convectifs.

d'abord un courant de déplacement quand les charges sont encore près de la surface libre. Mais il n'est pas nécessaire d'analyser ces effets dans le détail pour expliquer l'amorçage, même si les conditions d'amorçage en dépendent.

La théorie statique ne rend pas compte de l'établissement de la déformation, puisque celui-ci correspond à un régime dynamique non inclus dans cette théorie. Signalons seulement que, du point de vue énergétique, rien n'impose la structure déformée par rapport à la structure non déformée. Pour une couche d'épaisseur uniforme soumise à un flux uniforme, nous considérons donc que l'amorçage se fait par le mécanisme de l'instabilité convective envisagé plus haut. Il a donc lieu lorsque la tension aux bornes de la couche, qui s'établit progressivement, atteint la valeur correspondant au seuil théorique.

Toutefois la formule antérieure du seuil n'est pas satisfaisante, même lorsque le régime stationnaire de charge d'espace est établi au moment du seuil, car elle ne tient pas compte des effets stabilisateurs de la tension superficielle et de la pesanteur. Le rôle de celles-ci dépend de l'épaisseur; dans une couche suffisamment mince les forces de tension superficielle interviennent beaucoup; nous estimons donc que le seuil d'instabilité  $V_s$  précédent doit être corrigé dans le sens d'une augmentation quand  $h$  diminue.

Par ailleurs il est essentiel d'examiner ce qui se passe quand un creux de convection vient de s'établir. Compte tenu de la forte variation de  $J$  avec l'épaisseur, la couche est devenue en moyenne plus conductrice et la tension de surface tend à baisser. Nous admettons qu'on est alors au-dessous du seuil et la convection s'arrête. Ceci tient compte de l'inertie mécanique du milieu, qui fait que les rouleaux convectifs ne s'établissent pas immédiatement.

Cette remarque ne concerne pas la situation dans les creux où l'approximation d'une surface plane, utilisée dans la théorie, ne s'applique plus. La convection subsiste, même si la tension a baissé. La densité de courant et la densité de charge  $y$  sont beaucoup plus élevées qu'ailleurs; la répulsion mutuelle des charges, qui y intervient provoque un étalement du liquide; le creux tend à s'élargir au fond en un puits. On voit alors, sur la Figure 7, que la



FIGURE 8 Profil de la déformation montrant les grandes et les petites cellules.

combinaison de la convection vers le bas et de la convection latérale facilite l'établissement de rouleaux convectifs. Le fond de la structure reste donc convectif et il peut même s'y développer de petites cellules convectives.

## 5.2 Stabilisation de la déformation

Ainsi la déformation stable obtenue comporte des cellules relativement grandes et pratiquement au repos, séparées par des zones de convection relativement étroites où l'on peut avoir de petites cellules. La situation est schématisée par la Figure 8, qui correspond au résultat de la Figure 3. Les grosses cellules ont l'allure donnée par la théorie statique. On peut appliquer l'approximation des fortes déformations; ces cellules ont un profil circulaire.

Il resterait à préciser la période. La théorie statique est compatible avec des valeurs très variées de la période. C'est la façon dont la déformation s'établit qui doit en définitive la déterminer, la structure d'amorçage se maintenant ensuite par autostabilisation des puits de convection. Or, au cours de l'établissement de la déformation, lorsque celle-ci est encore de faible amplitude, un arrangement conforme à la théorie des déformations statiques de faible amplitude tend à se produire; cette théorie doit donner l'ordre de grandeur de la période pour chaque courant.

## 6 EVOLUTION DE LA DEFORMATION

### 6.1 Modèle unidimensionnel

Partons maintenant d'une structure initiale et faisons croître  $J$ . La convection se renforce et s'étend. Les effets d'élargissement des creux s'amplifient et des cellules électroconvectives plus larges et en même temps plus épaisses tendent à s'établir. Ceci ne peut se faire que si de la matière est empruntée aux grosses cellules qui deviennent plus petites. Il y a donc un effet de calibrage.

A la limite on arrive à la structure cellulaire parfaite. Alors, bien entendu, c'est le même mécanisme qui explique l'existence de toutes les cellules et, dans l'esprit du raisonnement, elles sont de nature convective. Mais des cas variés peuvent exister: on peut envisager le cas où les cellules seraient encore essentiellement statiques, mais avec une périodicité qui ne peut plus être donnée par la théorie statique. Et même les conditions imposées par la théorie statique pour l'obtention d'une déformation périodique ne sont plus nécessairement vérifiées.

De toutes façons il ne faut pas perdre de vue qu'il doit exister une certaine compétition entre la formation de cellules dynamiques-convectives et la formation de cellules statiques-capillaires. Et, vraisemblablement, les déformations les plus stables sont obtenues quand les deux raisonnements conduisent à des structures analogues et en particulier à des périodes voisines.

## 6.2 Modèle bidimensionnel

On ne peut analyser tous les comportements qu'avec un modèle bidimensionnel. Dans le modèle unidimensionnel, pour les courants modérés des puits de convection séparent des cellules statiques qui gênent leur extension. Or un tourbillon de convection tend, par effet d'entraînement, à créer d'autres tourbillons autour de lui. Dans un modèle bidimensionnel, deux puits de convection créent alors entre eux une région plus sensible: la matière étant chassée latéralement, un sillon convectif tendra à se former avec éventuellement production d'une chaîne de petites cellules.

Ainsi les grosses cellules statiques se trouveraient entourées par des lignes de convection plus ou moins épaisses et plus ou moins structurées. C'est ce que les photographies des Figures 2 et 3 montrent nettement.

Considérons alors l'évolution obtenue quand on augmente le courant. De nouveaux sillons convectifs peuvent s'établir, qui séparent les grosses cellules en cellules plus petites. La théorie statique s'applique mal pour prévoir l'évolution car les grosses cellules ont un rôle très passif dans cette évolution; tout au plus peut-on dire qu'une augmentation de la courbure des grosses cellules est compatible avec la théorie statique. Pour des courants suffisamment élevés l'effet de calibrage intervient alors comme indiqué plus haut jusqu'à l'obtention de la déformation homogène et régulière.

En conclusion, il apparaît que de nombreux effets doivent être pris en considération dans le problème traité. On a pu interpréter les résultats des Figures 2 et 3. Mais compte tenu de la complexité des phénomènes, une étude expérimentale plus détaillée est nécessaire pour préciser, dans les diverses conditions expérimentales, les phénomènes prépondérants. Une telle étude est en cours.

## References

1. D. Avsec, *Comptes Rendus*, **203**, 532 et 556 (1936); **204**, 549 (1937); M. Luntz, *Comptes Rendus*, **203**, 547 (1936); D. Avsec et M. Luntz, *Comptes Rendus*, **203**, 1140 (1936); **204**, 42 et 757 (1937).
2. J. R. Pearson, *J. Fluid Mech.*, **4**, 489 (1948).
3. E. L. Koschmeider, *Adv. Chem. Phys.*, **26**, 177 (1972).
4. cf., par exemple, M. A. Lampert et P. Mark, *Current Injection in Solids*, Acad. Press, New York, 1970.

5. G. Sabra, J. Fornazero, et G. Mesnard, *Phys. Chem. Liquids*, **5**, 125, 267 et 293 (1976).
6. M. Le Helley et G. Mesnard, *Phys. Chem. Liquids*, **5**, 283 (1976).
7. P. Atten et R. Moreau, *Comptes Rendus*, **269**, 415, 433 et 469 (1969); *J. Mecan.*, **11**, 471 (1972); J. C. Lacroix, P. Atten, et E. J. Hopfinger, *J. Fluid. Mech.*, **69**, 539 (1975).
8. H. Bénard, Thèse, Paris, 1901; F. H. Busse, *Rep. Prog. Phys.*, **41**, 1929 (1978).
9. J. M. Schneider et P. K. Watson, *Phys. Fluids*, **13**, 1948 (1970).